PLANEACIÓN DEL CURSO: MODELOS MATEMÁTICOS I

I. Información general

Clave de la U.E.A.: 2131164 — Grupo: CI-01

Horario de clases: Lunes, martes y jueves, de 12:00-14:00 hr.

Nombre y cubículo del profesor: Evgueni Gordienko, AT-315

Horario de asesorías: Lunes y jueves, de 15:00-16-00 hr.

II. Información sobre el programa

Objetivos del curso

Generales

Al finalizar el curso el alumno será capaz de:

1. Comprender los conceptos básicos del proceso de modelado matemático mediante el estudio de casos particulares;
2. Obtener conocimientos básicos sobre diferentes tipos de modelos determinísticos y estocásticos, además de las herramientas matemáticas correspondientes;
3. Escribir un reporte donde:
   a) Se describa un fenómeno real sujeto a su correspondiente modelación, en donde se resalten las características más significativas;
   b) Se elija una herramienta matemática y se plantee el modelo;
   c) Se determinen las soluciones particulares y se analicen los resultados obtenidos;
   d) Se analice la estabilidad del modelo respecto a sus parámetros.

Particulares

Al finalizar el curso el alumno será capaz de:

1. Utilizar modelos con ecuaciones diferenciales ordinarias y aplicar los métodos de sus soluciones a casos particulares. Estudiar la estabilidad con respecto a los parámetros;
2. Utilizar algunos modelos relacionados con procesos estocásticos a tiempo discreto y continuo;
3. Conocer la metodología y ejemplos de algunos modelos de control estocástico.

III. Contenido del curso

1. Modelos matemáticos de fenómenos reales, etapas de su planteamiento y desarrollo.
   Clasificación de modelos: Estáticos y dinámicos (a tiempo discreto y continuo); determi nistas
   modelos ~~dinámicos~~, estocásticos y caóticos. Ejemplos. El problema de modelos adecuados (ejemplos de modelos no adecuados); ajuste de modelos.
   Parámetros del modelo. Problema de estabilidad estructural paramétrica. Bifurcación. Concepto de atractores y su estabilidad. Ejemplos.
2. Algunos modelos dinámicos basados en ecuaciones diferenciales de primer orden.
   2.1. La ecuación con solución exponencial
      a) Modelo de crecimiento de poblaciones Malthusiano y sus restricciones.
      b) Modelo de decaimiento radiactivo (basado en un modelo estocástico).
      c) Modelo de capitalización continua de interés.

2.2. Ecuaciones logísticas continuas y discretas

a) Modelo logístico de crecimiento de población. Solución y comportamiento asintótico. La capacidad del ambiente de sustentabilidad.

b) Modelo logístico de población con recolección. Dependencia de la solución asintótica de acuerdo a la tasa de recolección. Bifurcación y extinción de la población.

c) Tasa relativa de crecimiento aleatorio. Posibilidad de comportamiento caótico con atractores de dimensión fraccional.

2.3. Modelo del enfriamiento de Newton.

3. Algunos modelos representados por sistemas de ecuaciones de primer orden.

3.1. Modelo de la dinámica de poblaciones en el sistema: depredador-presa (Lotka- Volterra). Análisis de soluciones numéricas. Comportamiento periódico.

3.2. Modelo de competencia de dos especies de animales.

4. Modelos representados por ecuaciones diferenciales de segundo orden.

4.1. Sistema de ecuaciones de Newton, su potencial y sus restricciones (por los fenómenos de alta velocidad y perturbaciones aleatorias);

4.2. Movimiento armónico simple (no amortiguado);

4.3. Modelo de resorte y masa: Movimiento amortiguado libre;

4.4. Modelos de caída libre con (y sin) resistencia al aire. Velocidad estacionaria.

5. Una aplicación del cálculo vectorial (campos vectoriales, divergencia, rotacional y ecuaciones en derivadas parciales).

5.1. Ecuaciones de Maxwell para el campo electromagnético. "Vectores" del campo eléctrico y del campo magnético.

5.2. Ecuaciones diferenciales con derivadas parciales de segundo orden para componentes de vectores eléctricos y magnéticos para ondas electromagnéticas.

5.3. Solución de ecuaciones para ondas planas con propagación en una dirección. La velocidad de propagación de la onda. Caso armónico.

6. El modelo de Maxwell del movimiento térmico estacionario y su relación con el Teorema del Límite Central.

7. Un modelo estocástico simple de optimización de inversiones. El comportamiento asintótico en promedio y con probabilidad 1.

8. El proceso de Poisson y el modelo de riesgo de Cramer-Lundberg. Probabilidad de ruina y la estimación de su estabilidad.

9. Sistemas de espera (colas) simples. Ecuación diferencial para probabilidades de transición. Distribuciones estacionarias.

10. Introducción no formal a la teoría de procesos controlables de Markov a tiempo discreto.

10.1. Descripción del modelo de optimización de control.

10.2. Operadores contractivos y ecuación de optimalidad.

10.3. Existencia de políticas óptimas estacionarias.

10.4. Ejemplos:

a) Control óptimo de inversiones-consumo;
b) Regularización óptima del consumo de agua en presas;
c) Control óptimo de inventarios.

IV. Modalidad de evaluación

a)	1 Examen parcial	20%
b)	Examen global	40%
c)	Tareas	15%
d)	Reporte escrito sobre un proyecto asignado	25%

Escala de evaluación

x< 55	NA
55 <= x < 70	S
70 <= x <85	B
85 <= x	MB

Bibliografía recomendada

1. Braun, M., *Differential Equations and their Applications*, Fourth ed., Springer-Verlag 1994.
2. Enns, R. H., I*t's a nonlinear world*. Springer Undergraduate Texts in Mathematics and Technology. Springer Verlag. 2011.
3. Kreith, K., Chakerian, D., *Iterative Algebra and Dynamic Modeling*, Springer-Verlag, 1999.
4. Ross, S. M., *Introduction to Probability Models*, 10th Edition, 2010.
5. Gordienko, E. and Popoca-Jiménez, I. *Introducción a la Teoría de Probabilidad y Métricas Probabilísticas con Aplicaciones en Seguros y Finanzas.* En proceso de impresión.
6. Hernández-Lerma, O. *Adaptative Markov Control Processes*, Springer, 1989.